Задача 1.3.1. Используя метод динамического программирования, составить модель и найти решение задачи оптимального распределения средств «S0» между «n» предприятиями. Критерий максимальная прибыль. Средства «X» выделенные k-предприятию приносят прибыль «fi(X)», вложеггые средства кратны «∆X» и не превышают «d» для k-того предприятия. Задания представлены в таблицах



Решение

Так как S0 = 15 > d = 9, то рассматриваем следующую таблицу прибылей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 18 | 20 | 22 |
| 6 | 30 | 28 | 26 |
| 9 | 35 | 33 | 37 |
| 12 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 |

При х = 12 и при х = 15 прибыль равна нулю, так как по условию для каждого предприятия выделенные средства не должны превышать d = 9 д.е. Прибыль взяли нулевой, чтобы не имело смысла вкладывать в каждое из предприятий более 9 д.е. (можно было бы взять, например, отрицательную прибыль, то есть убыток).

Математическая модель задачи:

определить вектор , удовлетворяющий условиям



и обеспечивающий максимум целевой функции .

1) k = 3. Пусть все средства (15 д.е.) выделяются 3-му предприятию. В этом случае максимальная прибыль составит F3(C3) = 37 д.е. Расчёты сведены в таблицу 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| С3 | х3 | F3(C3) |  |
| 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 0 | 0 | - | - | - | - | - | 0 | 0 |
| 3 | - | 22 | - | - | - | - | 22 | 3 |
| 6 | - | - | 26 | - | - | - | 26 | 6 |
| 9 | - | - | - | 37 | - | - | 37 | 9 |
| 12 | - | - | - | - | 0 | - | 0 | 12 |
| 15 | - | - | - | - | - | 0 | 0 | 15 |

2) k = 2. Определяем оптимальную стратегию инвестирования в 3-е и 2-е предприятия. Рекуррентное соотношение Беллмана:



Результаты расчётов по данной формуле сводим в таблицу 2.

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| С2 | х2 | F2(C2) |  |
| 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 0 | 0+0 |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 3 | 0+22 | 20+0 |  |  |  |  | 22 | 0 |
| 6 | 0+26 | 20+22 | 28+0 |  |  |  | 44 | 3 |
| 9 | 0+37 | 20+26 | 28+22 | 33+0 |  |  | 50 | 6 |
| 12 | 0+0 | 20+37 | 28+26 | 33+22 | 0+0 |  | 57 | 3 |
| 15 | 0+0 | 20+0  | 28+37 | 33+26 | 0+22 | 0+0 | 65 | 6 |

3) k = 1. Определяем оптимальную стратегию инвестирования во 1-е, 2-е и 3-е предприятия. Рекуррентное соотношение Беллмана:



Результаты расчётов по данной формуле сводим в таблицу 3.

Таблица 3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| С1 | х1 | F1(C1) |  |
| 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 0 | 0+0 |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 3 | 0+22 | 18+0 |  |  |  |  | 22 | 0 |
| 6 | 0+44 | 18+22 | 30+0 |  |  |  | 44 | 0 |
| 9 | 0+50 | 18+44 | 30+22 | 35+0 |  |  | 62 | 3 |
| 12 | 0+57 | 18+50 | 30+44 | 35+22 | 0+0 |  | 74 | 6 |
| 15 | 0+65 | 18+57 | 30+50 | 35+44 | 0+22 | 0+0 | 80 | 6 |

Из таблицы 3 следует, что максимальная прибыль при распределении S0 = 15 д.е. между тремя предприятиями составляет 80 д.е. При этом первому предприятию надо выделить , а остальным двум (15 – 6) = 9 д.е. Из таблицы 2 следует, что 2-му предприятию надо выделить из оставшихся 9 д.е. сумму  д.е., а третьему предприятию (9 – 6) = 3 д.е.

Итак, первому предприятию выделяем 6 д.е., второму – 6 д.е., третьему – 3 д.е. Максимальная прибыль составит 80 д.е.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x2 | f2 | x1 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | F2 |  |
| F1 | 0 | 18 | 30 | 35 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 18 | 30 | 35 | 0 | 0 | 0 |  |
| 3 | 20 | 20 | 38 | 50 | 55 | 20 |  | 20 |  |
| 6 | 28 | 28 | 46 | 58 | 63 |  |  | 38 |  |
| 9 | 33 | 33 | 51 | 63 |  |  |  | 50 |  |
| 12 | 0 | 0 | 18 |  |  |  |  | 58 |  |
| 15 | 0 | 0 |  |  |  |  |  | 63 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x3 | f3 | x1+x2 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | F2 |  |
| F2 | 0 | 20 | 38 | 50 | 58 | 63 |
| 0 | 0 | 0 | 20 | 38 | 50 | 58 | 63 | 0 |  |
| 3 | 22 | 22 | 44 | 60 | 72 | 80 |  | 22 |  |
| 6 | 26 | 26 | 46 | 64 | 76 |  |  | 44 |  |
| 9 | 37 | 37 | 57 | 75 |  |  |  | 60 |  |
| 12 | 0 | 0 | 20 |  |  |  |  | 72 |  |
| 15 | 0 | 0 |  |  |  |  |  | 80 |  |